

# 機構的特性変化を考慮した マニピュレータのゲインスケジュールド制御

東京都立大学 システムデザイン研究科 機械システム工学域  
M2 齊藤 仁夢 (児島研究室)

## 1. はじめに

### 研究背景

- 効率的作業を行うことができる協働ロボットの導入が進められている。
- ロボットマニピュレータの慣性項は、**関節角度**および**先端負荷**によって特性が変化する。
- 慣性項がもつ非線形性を考慮することは、すべての可動域内で**所望の性能を実現**するために重要である。

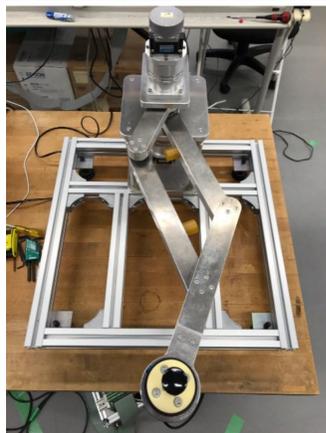


Fig. 1 平行リンクマニピュレータ

### 研究目的

- ✓ GS制御器の構成法を、マニピュレータの**機構的特性**を考慮した $H_\infty$ ノルムに着目して導出する。
- ✓ 制御器がパラメータ非依存のLMI条件に基づいて設計できることを示す。

## 2. 制御対象のモデリング

先端負荷と姿勢による**慣性項のパラメータ変動**を考慮した設計を行う。

**条件**: リンク $l_2$ の先端負荷: $\theta_1 \in [0, 5]$ , 姿勢変化: $\theta_2 = 0$ と設定。

慣性行列 $H(q)$ は $\theta_1$ の**1次式に近似**できることが確認される。

$$H(q) = \begin{bmatrix} 0.22 + 0.09\theta_1 & (0.18 + 0.09\theta_1)\theta_2 \\ (0.18 + 0.09\theta_1)\theta_2 & 0.14 + (0.254 + 0.18\theta_2)\theta_1 \end{bmatrix}$$

※ $\theta_2 = \cos(q_1 - q_2)$

### 摩擦補償の適用

- ✓ マニピュレータはモータや減速器によって生じる摩擦の影響により、位置決め精度を損なう。

$$r_i(\dot{q}_i, \tau_i) = \begin{cases} F_{vi}\dot{q}_i + F_{ci} \operatorname{sgn}(\dot{q}_i) & \text{for } \dot{q}_i \neq 0 \\ \tau_i & \text{for } \dot{q}_i = 0 \quad F_{si}^- < \tau_i < F_{si}^+ \\ F_{si}^+ & \text{for } \dot{q}_i = 0 \quad \tau_i \geq F_{si}^+ \\ F_{si}^- & \text{for } \dot{q}_i = 0 \quad \tau_i \leq F_{si}^- \end{cases}$$

## 3. 制御系設計

フィードフォワード補償を併用したI-PD制御系 (**FF+I-PD制御系**) を構成する。

- ここで評価量 $z$ には、**目標値との偏差の積分値**と**過剰な入力**を調整するために $x_i, u_f, u_b$ を定める。

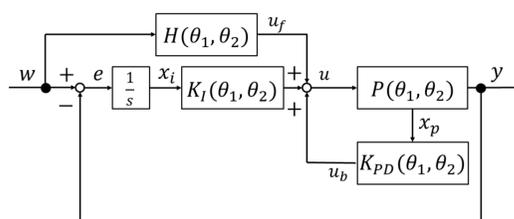


Fig. 2 ブロック線図

$$\Sigma: \begin{cases} E(\theta_1, \theta_2)\dot{x}(t) = \tilde{A}x(t) + B_1w(t) + \tilde{B}_2u(t) \\ z(t) = \begin{bmatrix} 10 \cdot x_i(t) \\ 0.1 \cdot u_f(t) \\ 0.8 \cdot u_b(t) \end{bmatrix} = Cx(t) + D_1(\theta_1, \theta_2)w(t) + D_2u(t) \\ [\underline{\theta}_1, \bar{\theta}_1] \in [0, 1.5], [\underline{\theta}_2, \bar{\theta}_2] \in [-0.88, 0.85] \end{cases}$$

ディスクリプタ表現より、 $E(\theta_1, \theta_2)$ のみが多項式パラメータをもつ行列になるため、Bernstein基底を導入することにより**パラメータ非依存のLMI条件式**に帰着できる[1, 2]。

Extended LMI[3, 4]を用いると、リアプノフ変数と制御ゲインを分離して設計するため、**決定変数 $X(\theta_1, \theta_2)$ を独立**させて設計できる。

- ✓  $X(\theta_1, \theta_2)$ の**次数を上げる**ことが可能となる。

$$\exists \alpha > 0: X(\theta_1, \theta_2) > 0, \Phi(X(\theta_1, \theta_2)) < 0, \Phi(X(\theta_1, \theta_2)) :=$$

$$\begin{bmatrix} 0 & * & * & * \\ X(\theta_1, \theta_2)E^T(\theta_1, \theta_2) & 0 & * & * \\ B_1^T E^T(\theta_1, \theta_2) + H^T(\theta_1, \theta_2)\tilde{B}_2^T & 0 & -\gamma I & * \\ 0 & 0 & D_1(\theta_1, \theta_2) + D_2H(\theta_1, \theta_2) & -\gamma I \end{bmatrix} + \tilde{M}\tilde{N}^T + \tilde{N}\tilde{M}^T,$$

$$\tilde{M} = \begin{bmatrix} \tilde{A}F(\theta_1, \theta_2) + \tilde{B}_2G(\theta_1, \theta_2) \\ -F(\theta_1, \theta_2) \\ 0 \\ CF(\theta_1, \theta_2) + D_2G(\theta_1, \theta_2) \end{bmatrix}, \tilde{N} = \begin{bmatrix} E(\theta_1, \theta_2) \\ \alpha I \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{※ } K(\theta_1, \theta_2) = G(\theta_1, \theta_2)F^{-1}(\theta_1, \theta_2), F(\theta_1, \theta_2) > \varepsilon \cdot I \quad \varepsilon = 0.001, \alpha = 0.01$$

## 4. シミュレーション・実機実験

### 対象と制御目的

FF+I-PD制御系によるマニピュレータの軌道追従制御を行い、構成した制御系の性能を評価する。

- 先端負荷: $\theta_1 \in [0, 1.5]$ ,
- 姿勢変化: $\theta_2 \in [-0.88, 0.85]$

FBゲインとFFゲインは2変数それぞれ1次の項まで考慮し、楕円を描く軌道追従制御を行う。

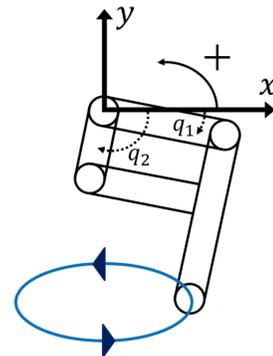


Fig. 3 楕円の軌道追従制御

### シミュレーション・実験結果

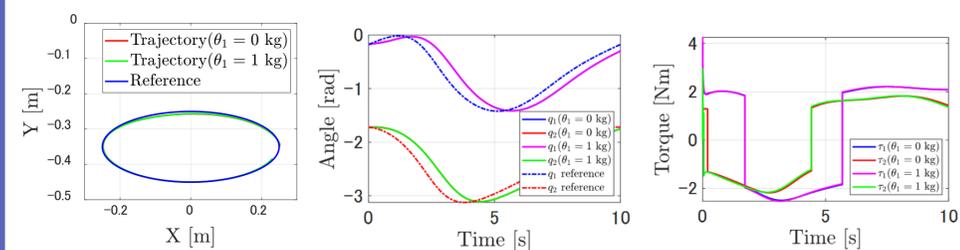


Fig. 4 シミュレーション結果 (左: 楕円軌道, 中央: 関節角度, 右: トルク)

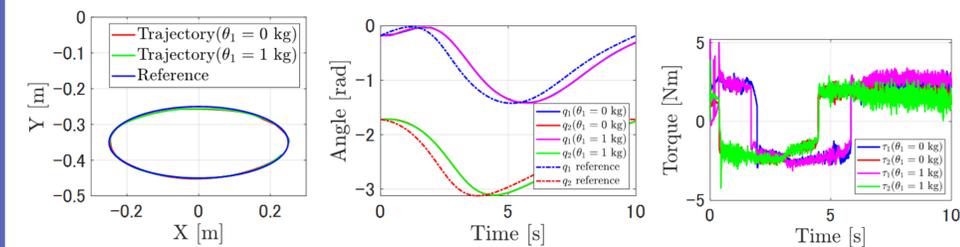


Fig. 5 実機実験結果 (左: 楕円軌道, 中央: 関節角度, 右: トルク)

- ✓ 先端負荷が変化した場合にも、本制御法により偏差の少ない軌道追従が達成されることが確認される。
- ✓ 関節角度の応答は先端負荷の値に合わせて同じ速度を保ちながら目標軌道に追従することがわかる。

## 5. おわりに

### まとめ

- フィードフォワード補償を有する $H_\infty$ ゲインスケジュールド制御法を導き、それらを軌道追従制御問題に適用した。
- シミュレーションと実験結果より、良好な軌道追従性能が達成されたことを確認した。

### 今後の展望

- 本手法を発展させ、さらに追従性能の周波数帯を適切に調整した制御系の構成法を検討する予定である。

## 参考文献

- [1] A. Kojima: A Characterization of Parameter-dependent LMIs on Bernstein Polynomial Basis, Proc. of 57th IEEE Conference on Decision and Control, pp. 4687-4694(2018)
- [2] 石, 花房, 児島: 多項式非線形基底を用いたロボットマニピュレータのゲインスケジュールド制御, 第62回自動制御連合講演会(2019)
- [3] M. C. de Oliveira, J. C. Geromel, and J. Bernussou: Extended  $H_2$  and  $H_\infty$  norm characterizations and controller parametrizations for discrete-time systems, International Journal of Control, Vol. 75, No.9, pp.666-679 (2002)
- [4] G. Pipeleers, B. Demeulenaere, J. Swevers, and L. Vandenberghe, Extended LMI characterizations for stability and performance of linear systems, Systems & Control Letters, Vol.58, No.7, pp.510-518 (2009)