

2025 年度

東京都立大学

大学院

システムデザイン研究科

システムデザイン専攻

博士前期課程入学者選抜試験問題

(冬季入試)

電子情報システム工学域

専門科目

(150 分)

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開かないこと。
2. 試験中は、受験票、時計（計時機能だけのものに限る）、黒色鉛筆（シャープペンシルを含む）、鉛筆キャップ、鉛筆削り（電動式を除く）、メガネ、消しゴム（電動式を除く）、ティッシュペーパー（袋又は箱から中身だけ取り出したもの）、ハンカチ、目薬、点鼻薬、胃腸薬及び定規以外のものを机上に置かないこと。
3. 携帯電話等は、必ず電源を切ってからかばんなどの中に入れ、身につけないこと（身につけている場合は原則として不正行為となる）。
4. 試験開始後に、印刷の不鮮明な箇所、落丁等に気がついた場合は、手を挙げて監督者に申し出ること。
5. 問題は 5 科目 [1.微分積分, 2.線形代数, 3.情報系数学, 4.電気回路学, 5.電磁気学] 出題されている。5 科目のうち 2 科目を選択して解答すること。ただし、出願時に志願票へ記入した第 1 希望とする指導教員が指定する 1 科目を必答とする。
6. 問題用紙は表紙を除き 11 枚（微分積分 1 枚、線形代数 1 枚、情報系数学 3 枚、電気回路学 3 枚、電磁気学 3 枚）、解答用紙は 2 枚、計算用紙は 1 枚 がある。解答用紙、計算用紙は裏面も使用できるが、記入欄が不足しても追加で配付はしないので注意すること。
7. 解答用紙には科目番号及び科目名を記入し、科目ごとに該当の解答用紙に解答すること。また、すべての解答用紙、計算用紙の指定された箇所に、受験番号及び氏名を記入すること。
8. 解答用紙、計算用紙はすべて提出すること。ただし、計算用紙は採点対象としない。
9. 問題冊子は持ち帰ること。
10. 試験時間終了まで退出できないので注意すること。

専門科目

科目番号	1
------	---

微分積分

[1-1] 以下の問いに答えよ.

(a) $y = x^{\sqrt{x}}$ を x について微分せよ.

(b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x-1} - \sqrt{x})$ を求めよ.

(c) $\int_0^2 \sqrt{4-x^2} dx$ を求めよ.

[1-2] 以下の問いに答えよ.

(a) $F(x, y) = x^2 - 2xy + y^2 - 1 = 0$ に関して, 陰関数定理に基づいて点 $(x_0, y_0) = (-1, 0)$ の近傍で y を x の関数として表現できることを示せ. また, その関数を陽に示せ.

(b) $g(x, y) = x^2 + y^2 - 4x - 6y + 10$ の停留点を求めよ. その停留点における $g(x, y)$ の値を求めよ. さらに, その停留点が極大, 極小, または鞍点かを判定せよ.

(c) 領域 $D = \{(x, y) \mid \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} \leq 1\}$ について, 重積分 $\iint_D \sqrt{1 - \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4}} dx dy$ を求めよ.

[1-3] 常微分方程式

$$\frac{dy}{dx} - y^2 + y = 0, y(0) = \frac{1}{5}$$

について以下の問いに答えよ.

(a) 変数変換 $u = \frac{1}{y}$ により, 与えられた常微分方程式を $u(x)$ についての常微分方程式として示せ.

(b) 前問 (a) において求めた $u(x)$ についての常微分方程式を解き, $y(x)$ を求めよ.

(c) $x \rightarrow -\infty$ および $x \rightarrow +\infty$ におけるそれぞれの $y(x)$ の漸近挙動を調べよ. また, $y(x)$ の概略図を示せ.

専門科目

科目番号	2
------	---

線形代数

[2-1] 次の行列 R について以下の問いに答えよ.

$$R = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & 0 \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- 行列 R の固有多項式を示せ. また, 行列 R の固有値を全て求めよ.
- 各固有値に対する固有ベクトルを求めよ.
- ${}^t x = [1, 0, 0]$ に行列 R を作用させた結果を示せ. また, この一次変換の幾何学的意味を説明せよ. ただし, ${}^t x$ は x の転置を示す.

[2-2] 次の行列 A およびその固有ベクトル x_1, x_2, x_3 について以下の問いに答えよ.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 1 & -1 & -2 \\ -1 & 3 & 5 \end{bmatrix}$$

$$x_1 = c_1 q_1, \quad x_2 = c_2 q_2, \quad x_3 = c_3 q_3$$

ただし,

$$q_1 = \begin{bmatrix} -2 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad q_2 = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad q_3 = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix},$$

c_1, c_2, c_3 は任意定数, $c_1 \neq 0, c_2 \neq 0, c_3 \neq 0$ とする.

- q_1, q_2, q_3 が互いに線形独立であることを示せ. また, 行列 A を対角化するための正則行列 P を一つ求めよ.
- 前問 (a) で求めた正則行列 P の逆行列 P^{-1} を, 掃き出し法を用いて求めよ. また, 行列 A を対角化せよ.
- $B = A^k$ (k は自然数) とし, B の i 行, j 列の成分を b_{ij} とするとき, b_{13} を求めよ.

[2-3] 以下の問いに答えよ.

- $i = [1, 0, 0], j = [0, 1, 0], k = [0, 0, 1]$ は 3 次元直交座標系の基本ベクトルである. 次の 4 つのベクトル

$$r_1 = i + j + 2k, \quad r_2 = i + 2j + 3k, \quad r_3 = i + j + 4k, \quad r_4 = i + 5j + 4k$$

に対して, $r_4 = m_1 r_1 + m_2 r_2 + m_3 r_3$ となるためのスカラー m_1, m_2, m_3 を求めよ.

- 平面 I の上に点 $(1, 2, 3)$ があり, 平面 I がベクトル $u = [1, 0, 1], v = [0, 1, 2]$ と平行であるとき, 平面 I の方程式を求めよ.
- 式 $ax + by + cz = 1$ (ただし, $a > 0, b > 0, c > 0$) で定義される平面と yz 平面 ($x = 0$), zx 平面 ($y = 0$), xy 平面 ($z = 0$) で囲まれる領域の体積を求めよ.

専門科目

科目番号	3
------	---

情報系数学

[3-1] 以下の問いに答えよ．ただし，グラフはすべて無向グラフを意味するものとする．

(a) 次の隣接行列 A, B に対応する多重グラフ g_A および g_B を描け．

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

(b) 前問 (a) のグラフ g_A の直径を求めよ．

(c) 図 3-1 のグラフ (i) の接続行列を記せ．

(d) 位数（頂点の総数）8, 成分数（非連結グラフを構成する連結グラフの総数）5 のグラフのうちサイズ（枝の総数）が最大となるものを描け．

(e) 図 3-1 のグラフ (ii) のオイラー小道を描け．

(f) 図 3-1 のグラフ (ii) のハミルトン閉路を描け．

(g) 連結な平面グラフ G の位数（頂点数）を V , 辺の数を E , 領域の数を R とするとオイラーの公式 $V - E + R = 2$ が成立する．以下の問いに答えよ．

(1) 単一頂点からなる図 3-1 のグラフ (iii) に対してオイラーの公式が成立することを示せ．

(2) 任意の連結な平面グラフは，次の二つの操作によって単一頂点から構成できる．

- 操作 1：図 3-1(iv) のように，新たな頂点 v_n を加え，さらに既存の辺と交差しないように，新たな辺 e_i を加えて既存の頂点 v_m と接続する
- 操作 2：図 3-1(v) のように，既存の辺と交差しないように新たな辺 e_j を加え，既存の頂点 v_p と v_q を接続する（ v_p と v_q が同一ならば， e_j はループとなる）

このことを利用して，オイラーの公式が任意の連結な平面グラフ G に対して成立することを証明せよ．

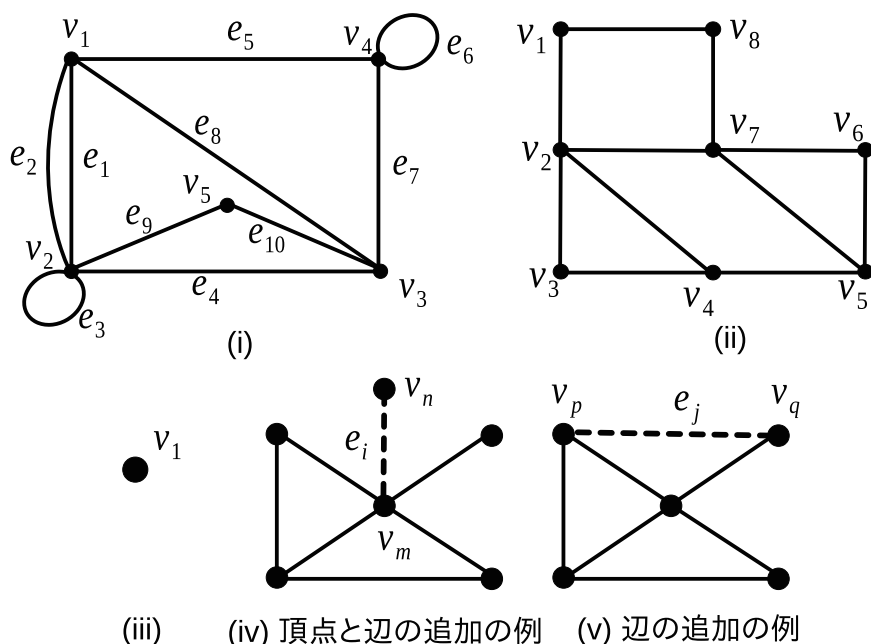


図 3-1

[3-2] 以下の問いに答えよ.

- (a) 以下の二項係数間の関係を満足する整数 a, b を求めよ.

$$\binom{a}{b} = \binom{20}{10} + \binom{20}{11}$$

ここで, $\binom{n}{k}$ は二項係数を表すものとする.

- (b) 再帰的関数 $Q(x, y)$ に関して答えよ. なお, δ は定数を表すものとする.

$$Q(x, y) = \begin{cases} 0 & x < y \\ Q(x - y, y) + \delta & x \geq y \end{cases}$$

- (1) $\delta = 1$ のとき, $Q(14, 5)$ の値を求めよ.

- (2) $Q(53, 5) = 100$ となった. このとき, 定数 δ の値を求めよ.

- (c) 論理式 $A \vee \neg(A \rightarrow B)$ について, 以下の問いに答えよ.

- (1) 真偽表を書け.

- (2) 前問 (1) で求めた真偽表から, 論理式を簡略化せよ.

- (d) 集合 $A = \{1, 2, 3, 4\}$ について, A 上の関係 $R = \{(1, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (3, 2), (3, 3), (4, 2), (4, 4)\}$ を考える. 以下の問いに答えよ.

- (1) R の有向グラフを描け.

- (2) R は反射的か否かを理由とともに述べよ.

- (3) R は対称的か否かを理由とともに述べよ.

- (4) R は推移的か否かを理由とともに述べよ.

- (5) R は同値関係か否かを理由とともに述べよ.

- (e) 相異なる 7 個のお菓子を 3 人の子供 A, B, C に分け与える. ただし, A に 2 個, B に 3 個, C に 2 個与えるものとする. 分け方は何通りあるか.

- (f) 正整数 $n \geq 7$ について, $3^n < n!$ であることを帰納法を用いて証明せよ.

※次ページにも問題あり

[3-3] 以下の問いに答えよ.

- (a) 関数 $f(x)$ が以下のように与えられるとき, $f(x)$ が $O(x^n)$ となるような最小の非負の整数 n をそれぞれ求めよ.
- (1) $x^2 + x \log x$
 - (2) $2^{(3 \log_2 x^2)}$
- (b) n を非負整数とするとき, 以下の記述がそれぞれ正しいか否かを理由とともに答えよ.
- (1) $(2.5)^n = O(2^n)$
 - (2) $n^{\cos(n\pi/2)+2} = o(n^3)$
- (c) 関数 $f(n) = n(\log n)^2$ は n^2 よりも漸近的に小さい, すなわち $f(n) = o(n^2)$ であることを証明せよ.
- (d) n を正整数として, $n \times n$ 型行列 A, B の積 $C = AB$ を計算する乗算アルゴリズムの計算ステップ数を考える. ここで, 計算ステップとは二つの数の比較, 加算, 乗算などの基本演算を指すものとする. 以下の問いに答えよ.
- (1) ある標準的な乗算アルゴリズムの計算ステップ数の上界が $O(n^3)$ であるとき, その内訳を説明せよ.
 - (2) $n \times n$ 型行列同士の積を計算する乗算アルゴリズムの計算ステップ数の下界が $\Omega(n^2)$ であることを説明せよ.

専門科目

科目番号	4
------	---

電気回路学

[4-1] 図 4-1 は定常交流回路である。以下の問いに答えよ。 $\dot{E}$ は電圧源、 $\dot{J}$ は電流源である。 $\dot{E}$ と $\dot{J}$ は同相であり、これらの角周波数は共に ω である。 R_1 および R_2 は抵抗値、 L はインダクタンス、 C はキャパシタンスである。 $\dot{Z}_0$ は A-B 端子から見た電圧源および電流源側のインピーダンス、 $\dot{Z}_L$ は A-B 端子から見た L および R_2 側のインピーダンスである。

- 電流源 $\dot{J}$ を取り外したうえで開放し、 $\dot{Z}_L$ を取り外して A-B 端子を開放した。このとき、電圧源 $\dot{E}$ によって A-B 端子間に現れる電圧 $\dot{V}_1$ を求めよ。
- 電圧源 $\dot{E}$ を取り外したうえで短絡し、 $\dot{Z}_L$ を取り外して A-B 端子を開放した。このとき、電流源 $\dot{J}$ によって A-B 端子間に現れる電圧 $\dot{V}_2$ を求めよ。
- 電流 $\dot{I}_L$ を求めよ。

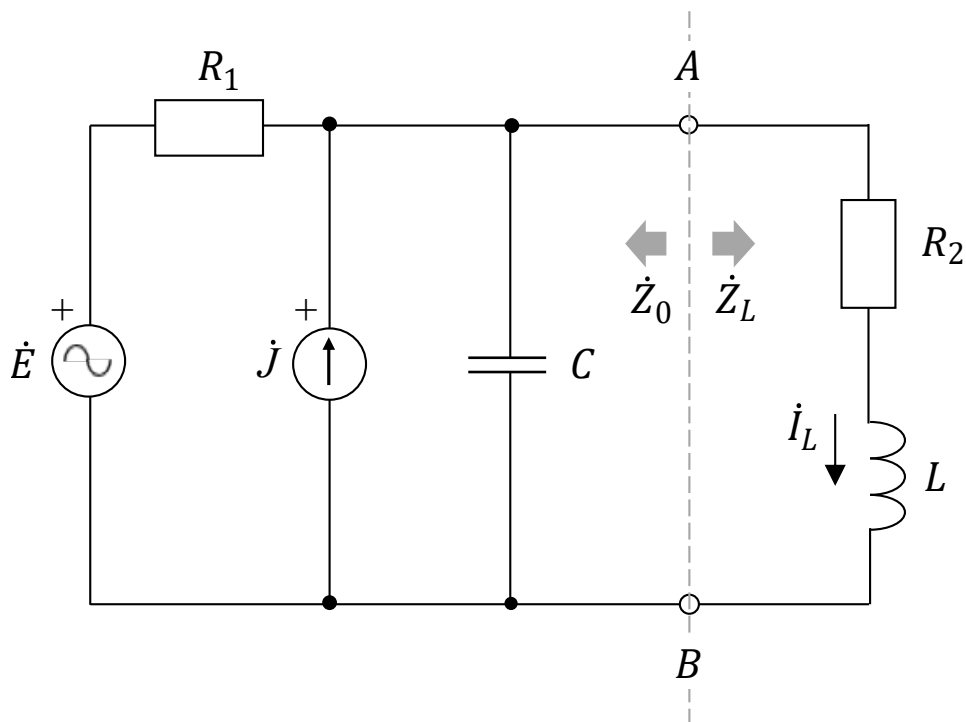


図 4-1

[4-2] 図 4-2 は定常交流回路である． $\dot{E}$ は複素表記した交流電源であり， $\dot{E} = 10 + j10$ V である．交流電圧源の角周波数は $1,000$ rad/s であり， R_1 および R_2 は抵抗， L_1 および L_2 はインダクタンス， C はキャパシタンスである．電源から見た負荷インピーダンスを $\dot{Z}_L$ とする． $R_1 = 20\ \Omega$ ， $R_2 = 10\ \Omega$ ， $L_1 = 20$ mH， $L_2 = 10$ mH， $C = 100\ \mu\text{F}$ であるとき，以下の問いに答えよ．

- 交流電圧源 $\dot{E}$ の瞬時値 $e(t)$ を時間関数で表せ．
- 負荷インピーダンス $\dot{Z}_L$ を複素表記で求めよ．
- 抵抗 R_1 に流れる電流 $\dot{I}_1$ を複素表記で求めよ．
- 負荷インピーダンス $\dot{Z}_L$ に供給される複素電力および力率を求めよ．

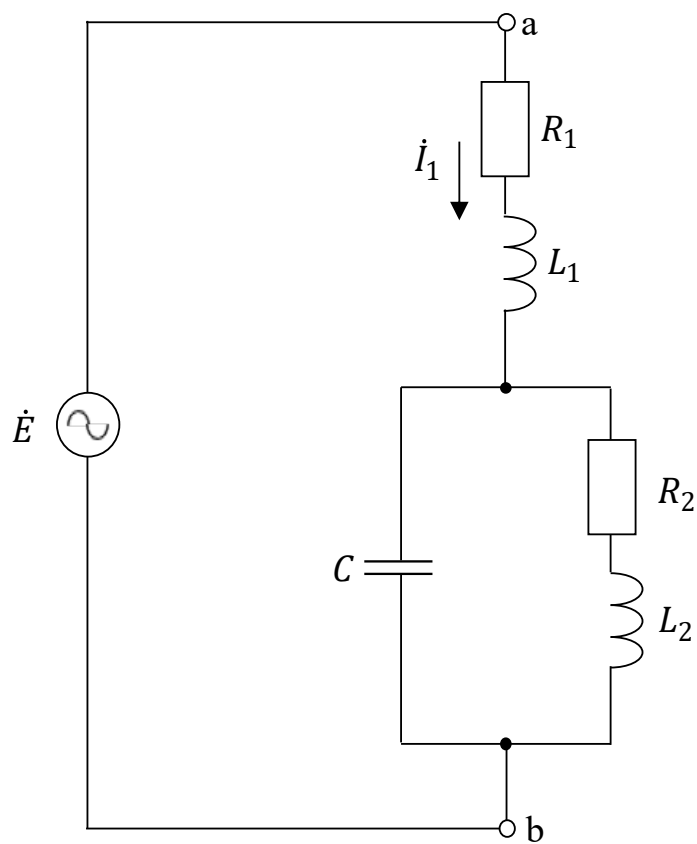


図 4-2

※ 次ページにも問題あり

[4-3] 図 4-3-1 は直流電圧源 (V_{DC1}) にスイッチ (SW_1, SW_2) とインダクタ L が接続された回路である。また、負荷側には抵抗 R とキャパシタ C が並列に接続されている。スイッチ SW_1 と SW_2 は交互に ON と OFF を繰り返しており、2つのスイッチが同時に ON または同時に OFF しない。キャパシタの静電容量は十分に大きく、キャパシタ電圧 V_{DC2} はスイッチの動作によらず一定であると考えてよい。図 4-3-2 は、各スイッチの状態とインダクタ電流 $i_L(t)$ を表している。ここで、時刻 $t = 0$ s のとき電流は 5 A である。インダクタの電圧 $v_L(t)$ と電流 $i_L(t)$ はそれぞれ図中の矢印の方向を正とする。回路条件は、 $V_{DC1} = 50$ V, $V_{DC2} = 100$ V, $L = 0.1$ H である。以下の問いに答えよ。

(a) SW_1 が ON, SW_2 が OFF のときインダクタ電圧 V_L を求めよ。

(b) SW_1 が OFF, SW_2 が ON のときインダクタ電圧 V_L を求めよ。

(c) $t = 0$ s $\sim t = 0.02$ s 間のインダクタの平均電圧 V_L を求めよ。

(d) SW_1 が ON, SW_2 が OFF のときインダクタ電流の傾きを求めよ。

(e) SW_1 が OFF, SW_2 が ON のときインダクタ電流の傾きを求めよ。

(f) $t = 0$ s $\sim t = 0.02$ s 間のインダクタ電流 i_L の平均値を求めよ。

(g) 抵抗 R の抵抗値および消費される電力を求めよ。

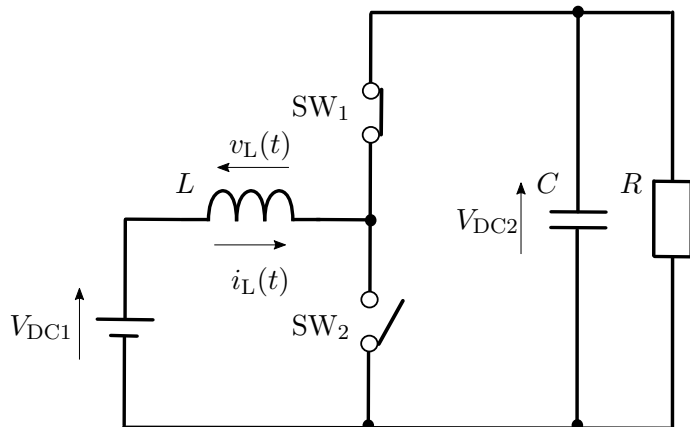


図 4-3-1

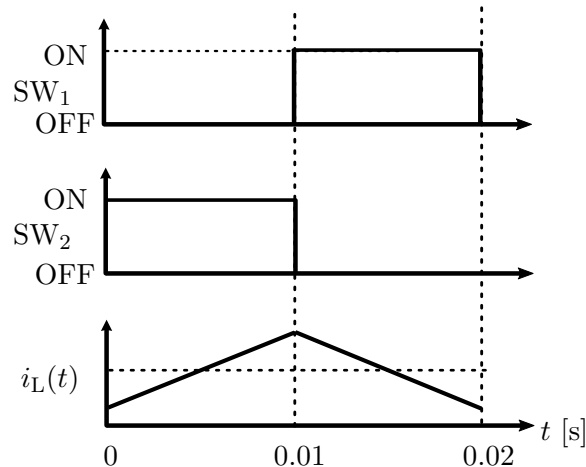


図 4-3-2

専門科目

科目番号	5
------	---

電磁気学

[5-1] 真空中 (誘電率 ε_0) において, xyz 座標系の原点を中心とする半径 a の孤立した導体球がある (図 5-1). この導体球に遠方から少しずつ電荷を運び, 帯電させることを考える. 運ばれた電荷は常に球の表面に一様に分布し, 表面電荷によってできる電界は球対称で放射状に伸びているものとする. このとき, 以下の問いに答えよ.

- (a) 球上の全電荷が q のとき, 球の外側の位置 $\mathbf{r} = [x, y, z]$ (ただし $|\mathbf{r}| > a$) にできる電界の強さを x, y, z の関数として表せ.
- (b) 前問 (a) の状態で, 無限遠から微小電荷 dq を導体球の表面まで運ぶのに要する仕事を求めよ.
- (c) 前問 (b) の結果から, 帯電していない導体球を電荷 Q に帯電させるために必要な仕事を求めよ.
- (d) 導体球が電荷 Q で帯電している状態を考える. 静電界のエネルギー密度を導体球外の全空間で積分して静電界のエネルギーを求め, 前問 (c) で得た導体球の静電エネルギーと比較せよ.

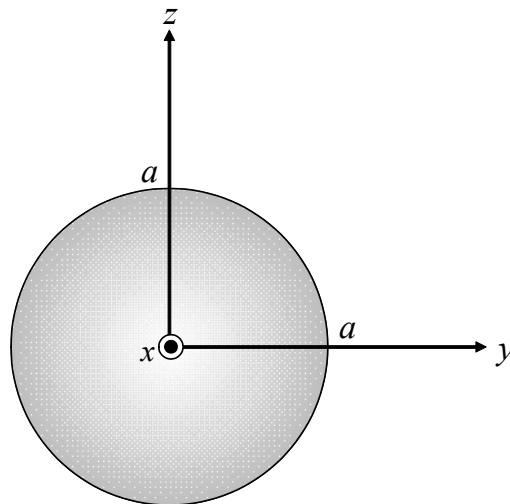


図 5-1

※次ページにも問題あり

[5-2] 図 5-2 に示すように、大きさ B の磁束密度の磁界が $0 \leq x \leq 2\ell$ で一様に紙面垂直に裏から表面に向かっている。一辺の長さが ℓ 、抵抗 R の正方形 1 巻コイルが一定の速さ v で x 軸と平行に矢印の方向に移動している。コイルが磁界中を通過する状態について考える。なお、誘導起電力 e の向きは図中の矢印の向きを正とする。

- (a) コイルが磁界中に ℓ_1 ($0 \leq \ell_1 \leq \ell$) 入ったとき、コイルに鎖交する磁束を求めよ。
- (b) 前問 (a) において正方形コイルに生じる誘導起電力 e の大きさを求めよ。
- (c) 前問 (b) において正方形コイルに流れる電流 i を求めよ。
- (d) コイルの辺 c_1c_4 が磁界中に入ってから、辺 c_2c_3 が 2ℓ に到達するまでの誘導起電力 e の時間波形を図示せよ。このとき、波形概形だけでなく電圧値と時間を軸中に明記すること。

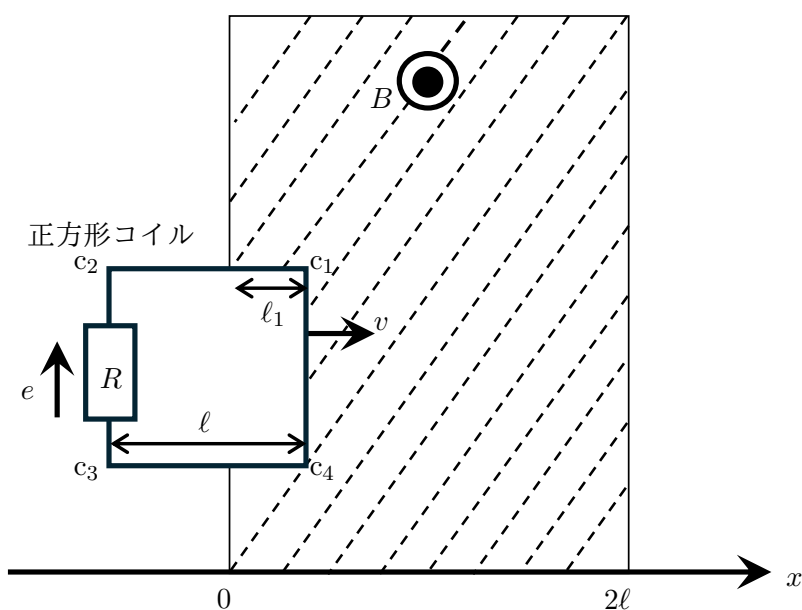


図 5-2

※次ページにも問題あり

[5-3] 図 5-3 のように，真空中 (透磁率 μ_0) の原点を中心とする半径 a の円板がある．円板は xy 平面上にあり，厚さは無視できる．この円板が一様な面電荷密度 σ で帯電し， y 軸から x 軸に向かう向きに角速度 ω で回転するとき，以下の問いに答えよ．ただし，面電荷密度は時間変化しないものとする．

- (a) 帯電した円板が回転することで電流がつくられる．中心からの距離 r から $r + dr$ ($0 < r < a$, $dr \ll r$) の範囲にある円環状の電荷がつくる円電流 $I(r)$ の大きさを求めよ．
- (b) 前問 (a) の円電流 $I(r)$ が， z 軸上の位置 z ($z > 0$) につくる微小磁束密度 $d\mathbf{B}(z)$ の向きと大きさを求めよ．
- (c) 回転円板全体が z 軸上の位置 z ($z > 0$) につくる磁束密度 $\mathbf{B}(z)$ の向きと大きさを求めよ．

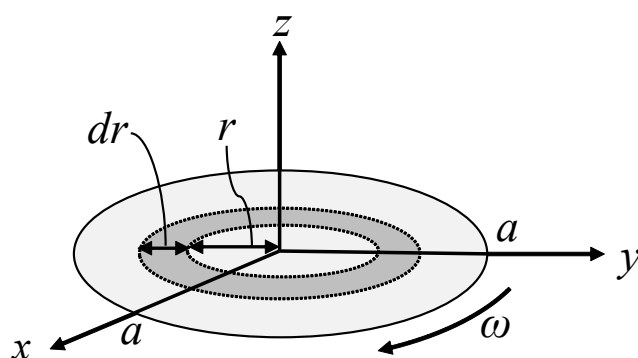


図 5-3