

2025 年度

東京都立大学

大学院

システムデザイン研究科

システムデザイン専攻

博士前期課程入学者選抜試験問題

(冬季入試)

情報科学域

専門科目

(150 分)

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開かないこと。
2. 試験中は、受験票、時計（計時機能だけのものに限り）、黒色鉛筆（シャープペンシルを含む）、鉛筆キャップ、鉛筆削り（電動式を除く）、メガネ、消しゴム（電動式を除く）、ティッシュペーパー（袋又は箱から中身だけ取り出したもの）、ハンカチ、目薬、点鼻薬及び胃腸薬以外のものを机上に置かないこと。
3. 携帯電話等は、必ず電源を切ってからかばんなどの中に入れ、身につけないこと（身につけている場合は原則として不正行為となる）。
4. 試験開始後に、印刷の不鮮明な箇所、落丁等に気がついた場合は、手を挙げて監督者に申し出ること。
5. 問題用紙は 4 枚（表紙は除く）、解答用紙は 4 枚、計算用紙は 1 枚ある。解答用紙、計算用紙は裏面も使用できるが、記入欄が不足しても追加で配付はしないので注意すること。
6. 問題は 4 分野〔微分積分、線形代数、確率・統計、データ構造とアルゴリズム〕から出題されている。分野ごとに指定された解答用紙に解答すること。また、すべての解答用紙、計算用紙の指定された箇所に、受験番号及び氏名を記入すること。
7. 解答用紙、計算用紙はすべて提出すること。
8. 問題冊子は持ち帰ること。
9. 試験時間終了まで退出できないので注意すること。

専門科目

問題番号	1
------	---

微分積分

[1-1] 連続関数 $f(x)$ および $g(x)$ を用いて、以下の合成関数を定義する.

$$y = f(g(w_1x_1 + w_2x_2))$$

ただし, w_1, w_2, x_1, x_2 は実数である. 以下の問いに答えよ.

(a) $\frac{\partial y}{\partial x_1}$ を求めよ.

(b) $g(x)$ がシグモイド関数 $g(x) = \frac{1}{1+e^{-x}}$ であるとき, $\frac{dg}{dx}$, ならびに $\frac{d^2g}{dx^2}$ を求めよ.

(c) $w_1 = 2$, $w_2 = 3$ とした場合, $x_1 = 1$, $x_2 = 0$ での y の値, および, $\frac{\partial y}{\partial x_1}$, $\frac{\partial y}{\partial x_2}$ の値を求めよ.
ただし, $f(x) = x$ 及び, $g(x) = \frac{1}{1+e^{-x}}$ とする.

[1-2] 矩形関数 $\text{rect}(t)$ を次のように定義する.

$$\text{rect}(t) = \begin{cases} 1 & \text{if } |t| \leq \frac{1}{2}, \\ 0 & \text{otherwise.} \end{cases}$$

これに対し以下の積分を求めよ. ただし ω は任意の実数である.

$$I_1(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \text{rect}(t) \cos \omega t dt$$
$$I_2(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \text{rect}(t) \sin \omega t dt$$

[1-3] S_N を以下で定義する.

$$S_N = \sum_{n=1}^N \frac{1}{n^2}$$

$\lim_{N \rightarrow \infty} S_N$ を求めよ.

専門科目

問題番号	2
------	---

線形代数

[2-1] 以下の問いに答えよ.

(a) 次のベクトル $\vec{a}$, $\vec{b}$ のなす角を求めよ.

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 7 \\ -6 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}$$

(b) 次の行列 C の階数を求めよ.

$$C = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 3 & 4 & 2 \\ 2 & 3 & -2 \end{bmatrix}$$

(c) 次の行列 D の逆行列を求めよ.

$$D = \begin{bmatrix} -3 & 2 & 2 \\ -5 & 4 & 3 \\ 1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

(d) 次の行列式 $|E|$ を求めよ.

$$|E| = \left| \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 4 & 0 & 1 \\ 4 & -2 & 6 \end{bmatrix} \right|$$

[2-2] 次の行列 F が $F = F^{-1}$ となるとき, α , β , γ の取りうる値を求めよ.

$$F = \begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ 0 & \gamma \end{bmatrix}$$

[2-3] 次の連立方程式が無数の解をもつとき, δ と ϵ を求めよ.

$$\begin{cases} -3x + 6z & = 6 \\ -2x + y + 2z & = 1 \\ \delta x - 2y & = \epsilon \end{cases}$$

専門科目

問題番号	3
------	---

確率・統計

幾何分布とは、ある試行において最初の成功が得られるまでに失敗する回数が従う離散確率分布である。今、最初の成功が出るまでの失敗の回数を表す確率変数を x とし、成功確率を p ($0 < p < 1$) としたとき、幾何分布の確率関数は、

$$f(x|p) = (1-p)^x p \quad (x = 0, 1, 2, \dots),$$

と表すことができる。このとき以下の問いに答えよ。

[3-1]

(a) 1 から 6 の目を持つサイコロを振って 1 を出したい。3 投目で初めて 1 が出る確率を求めよ。

(b) $\sum_{x=0}^{\infty} f(x|p) = 1$ を示せ。

[3-2] 幾何分布に従う母集団から得られた n 個の独立な標本値を $x_1, x_2, \dots, x_n$ とする。このとき以下の問いに答えよ。

(a) 標本値 $x_1, x_2, \dots, x_n$ に対する尤度 $L(p|x_1, x_2, \dots, x_n)$ を求めよ。

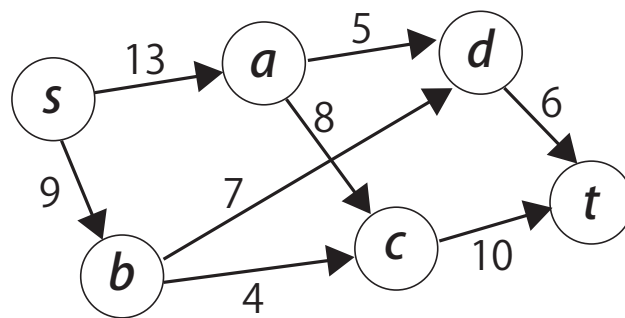
(b) 対数尤度 $l(p|x_1, x_2, \dots, x_n)$ を求めよ。

(c) p の最尤推定値 $\hat{p}(x_1, x_2, \dots, x_n)$ を求めよ。

専門科目

問題番号	4	データ構造とアルゴリズム
------	---	--------------

- [4-1] あるライブイベントが開催された場所の最寄り駅 s では、そこから駅 t まで向かう人々で混雑している。鉄道会社は、途中駅での人の乗り降りは考えないものとした上で、一人でも多くの人を駅 s から t まで輸送したいと考えている。ここで鉄道網の構造は、以下に示すフローネットワークでモデル化されているものとする（各辺上に示す数字は容量を表す）。このとき以下の問いに答えよ。



- (a) 最大フローを求めよ。また、最大フローのときのフローネットワークを図示せよ。
- (b) 最小カット S, T および最小カットの容量を求めよ。ここで S および T は、駅 s を含む駅（頂点）集合、駅 t を含む駅（頂点）集合をそれぞれ意味する。