

2025 年度

東京都立大学

大学院

システムデザイン研究科

システムデザイン専攻

博士前期課程入学者選抜試験問題

(冬季入試)

機械システム工学域

数 学

(90 分)

注意事項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開かないこと。
2. 試験中は、受験票、時計（計時機能だけのものに限る）、黒色鉛筆（シャープペンシルを含む）、鉛筆キャップ、鉛筆削り（電動式を除く）、メガネ、消しゴム（電動式を除く）、ティッシュペーパー（袋又は箱から中身だけ取り出したもの）、ハンカチ、目薬、点鼻薬及び胃腸薬以外のものを机上に置かないこと。
3. 携帯電話等は必ず電源を切ってからかばんなどの中に入れ、身につけないこと（身につけている場合は原則として不正行為となる）。
4. 試験開始後に、印刷の不鮮明な箇所、落丁等に気がついた場合は、手を挙げて監督者に申し出ること。
5. 問題用紙は 1 枚（表紙は除く）、解答用紙は 3 枚、計算用紙は 1 枚 がある。解答用紙、計算用紙は裏面も使用できるが、記入欄が不足しても追加で配付はしないので注意すること。
6. すべての問題に解答すること。
7. すべての解答用紙、計算用紙の指定された箇所に、受験番号及び氏名を記入すること。
8. 解答用紙、計算用紙はすべて提出すること。
9. 問題冊子は持ち帰ること。
10. 試験時間終了まで退出できないので注意すること。

(注意) 問題 1~問題 3 の解答は No. 1~No. 3 の解答用紙にそれぞれ記入しなさい

問題 1 次式で定義される曲面 S を考える.

$$\mathbf{r}(u, v) = u \cos v \mathbf{i} + u \sin v \mathbf{j} + v \mathbf{k}, \quad D: 0 \leq u \leq 1, \quad 0 \leq v \leq 2\pi$$

ただし, $\mathbf{i} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$, $\mathbf{j} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$, $\mathbf{k} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ はそれぞれ 3 次元空間上の x, y, z 方向の基本単位ベクトルを

表す. 次の問いに答えなさい.

(1) $\mathbf{r}_u = \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial u}$ と $\mathbf{r}_v = \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial v}$ の外積 $\mathbf{r}_u \times \mathbf{r}_v$, とその長さ $\|\mathbf{r}_u \times \mathbf{r}_v\|$ をそれぞれ求めなさい.

(2) 曲面 S の面積を求めなさい.

(3) 曲面 S 上で定義されたスカラー場 $\varphi = \sqrt{x^2 + y^2}$ の面積分

$$\iint_S \varphi dS$$

の値を求めなさい.

問題 2 行列 $\mathbf{A}$ が次式のとき, 次の問いに答えなさい.

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 2 \\ -1 & 6 & 1 \\ -3 & 8 & -9 \end{bmatrix}$$

(1) $\mathbf{A}$ の余因子行列を求めなさい.

(2) $\mathbf{A}^{-1}$ を求めなさい.

(3) 上記(2)の結果を用いて, 次の方程式の解を求めなさい.

$$\begin{cases} x - 3y + 2z = 3 \\ -x + 6y + z = -6 \\ -3x + 8y - 9z = 2 \end{cases}$$

問題 3 次の問いに答えなさい.

(1) 次の微分方程式を解きなさい.

$$\frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 4 \frac{dy(t)}{dt} + 3y(t) = e^{-2t} \quad \text{ただし, } y(0) = 1, \quad \frac{dy}{dt}(0) = -4.$$

(2) 次の複素積分を計算しなさい.

$$\oint_C \frac{1}{z^3 - 4z} dz \quad \text{ただし, } C: |z - 1| = 2 \text{ であり, 積分の向きは反時計回りとする.}$$